

修形斜齿轮的轮齿接触分析*

西北工业大学 方宗德**

【摘要】 应用 Litvin 最近的齿轮啮合理论, 推导了修形斜齿轮的齿面接触与边缘接触的全部计算过程, 能够对修形斜齿轮的齿面展成和具有不同误差及修形的斜齿轮接触过程进行计算机仿真。还以刀具齿廓修形和 CNC 机床修形为例, 讨论了齿面修形对改善齿轮传动性能的作用, 以及相应的修形设计方法。

主题词: 斜齿轮 接触问题 仿真

分类号: O 343. 3

1 前言

齿轮轮齿接触分析 TCA 技术近年来在齿轮专业领域里得到了广泛的重视^[1], 尤其是在几何上高度复杂的弧齿锥齿轮的设计、加工方面, 获得了重要的应用^[2]。美国 Litvin 教授从理论上完善了 TCA 技术, 使之能够普遍应用于不同的齿轮啮合^[3]。由于斜齿轮几何上比较简单, 传统上仅仅考虑在理论条件(无误差、无修形)下的正常啮合情况。但是目前应用于航空、汽轮机等高速领域的斜齿轮, 已普遍使用了修形技术来改善啮合状况与动态特性。在加工、装配过程中形成的误差条件对于这类重要齿轮的啮合影响也是不可忽略的。传统的设计与分析方法已不能满足要求, 因此应用 TCA 技术对斜齿轮在修形和误差条件下的啮合过程进行计算机仿真, 在齿轮产品加工前预言被设计齿轮在修形和误差条件下的啮合特性, 对于缩短产品研制周期、降低研制成本、提高产品质量, 有着重要意义。本文将应用 Litvin 教授最近的齿轮啮合理论^[4], 提出斜齿轮的轮齿接触分析和计算机仿真方法, 并编制了相应的计算机程序, 以一对斜齿轮传动为例, 通过计算, 获得得这一对齿轮副的啮合路径、啮合印痕和传动误差。

2 改变刀具齿廓的斜齿轮以及在 CNC 机床上加工的齿面修形

斜齿轮齿面修形中通用的方法是改变刀具切削刃的形状, 以获得相应的齿面修正, 改善啮合状况。对于常用的齿条形刀具(滚刀)加工斜齿轮的情况, 是以简单抛物线代替齿条的直线齿廓, 以获得中凸的齿形(如图 1)。图中坐标系 S_{ci} 固定在刀具上, 加工过程中随齿条移动, $X_{ci}O_{ci}$ 是齿条齿形对称中线, $Y_{ci}O_{ci}$ 是加工节线, $i = 1, 2$ 分别表示主、被动齿轮。刀具齿面方程为:

$$\vec{r}_{ci} = \begin{cases} -a_{ci}u_i^2 \sin \alpha_0 + (u_i - d_{pi}) \cos \alpha_0 \\ a_{ci}u_i^2 \cos \alpha_0 \cos \beta + l_i \sin \beta + [(u_i - d_{pi}) \sin \alpha_0 + a_{mi}] \cos \beta \\ a_{ci}u_i^2 \cos \alpha_0 \cos \beta + l_i \cos \beta + [(u_i - d_{pi}) \sin \alpha_0 + a_{mi}] \sin \beta \\ 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中 u_i 和 l_i 是表面参数, d_{pi} 是抛物线极点位置, α_i 和 β 分别是压力角和螺旋角, a_{mi} 是齿条节线上的法向半齿厚, a_{ci} 是抛物线参数。齿条齿面的单位法线可以按下式确定:

$$\vec{n}_{ci} = \frac{(\vec{r}_{ci}/\partial u_i) \times (\vec{r}_{ci}/\partial l_i)}{|(\vec{r}_{ci}/\partial u_i) \times (\vec{r}_{ci}/\partial l_i)|} \quad (2)$$

斜齿轮理论上是线接触, 但实际齿轮的齿形误差与安装误差是不可避免的, 齿轮将因此而转为点接触, 同时包括线接触分析和点接触分析是十分复杂而且繁琐的。上述修形齿轮在无误差条件下也是点接触的, 而且符合齿形中凸的一般要求。对于严格无修形无误差的齿轮, 抛物线参数 a_{ci} 可以取得非常小, 计算结果与线接触十分接近。

另一类很有发展前途的修形是在计算机控制 (CNC) 机床上进行的^[4]。图 2 所示是齿轮加工坐标关系, 坐标系 S_i 固定在被加工齿轮上, O_i 是齿轮中心; 坐标系 S_{hi} 固定在机床上不动, r_{pi} 是齿轮加工节圆半径。对于普通齿轮加工, 齿条形刀具移动与齿轮转动应满足线性关系: $\theta = S_i/r_{pi}$ 。式中 θ 为齿轮转角, S_i 为齿条移动距离。对于 CNC 修形齿轮, 可以通过一种非线性关系来控制齿面展成, 本文中使用抛物线关系: $\theta = S_i/r_{pi} - a_i(S_i/r_{pi} - \theta^{(0)})^2$ 。式中 a_i 是抛物线参数, 控制修形量, $\theta^{(0)}$ 是修形初始角。如此修形的斜齿轮, 在进入和退出啮合的齿面对角上, 有部分材料按抛物线规律被削去。

在本文的计算中, 主、被齿轮可同时进行改变刀具齿廓的修形, 也可只修其中一个齿轮; CNC 机床的修形只在被动齿轮上进行。刀具齿面在齿轮坐标系 $X O_i Y_i$ 中的表示为:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i(u_i, l_i, \theta) &= [M(\theta)]_{i, ci} \vec{r}_{ci}(u_i, l_i) \\ \vec{n}_i(u_i, l_i, \theta) &= [L(\theta)]_{i, ci} \vec{n}_{ci}(u_i, l_i) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $[M(\theta)]_{i, ci}$ 是从坐标系 S_{ci} 到 S_i 的转换矩阵 (见图 2), $[L(\theta)]_{i, ci}$ 是其中的转动子矩阵。

刀具齿面在加工过程中包络出齿轮齿面, 这一过程必须满足下列啮合方程:

$$f(u_i, l_i, \theta) = \vec{n}_{ci} \cdot \vec{V}_{ci}^{(ci, i)} = 0 \quad (4)$$

式中 $\vec{V}_{ci}^{(ci, i)}$ 为刀具与被加工齿轮的相对速度。由 (4) 式解出 $l_i = l_i(u_i, \theta)$, 并代入 (3) 式中, 得到:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(u_i, \theta), \quad \vec{n}_i = \vec{n}_i(u_i, \theta) \quad (5)$$

图 3 所示是一对斜齿轮啮合的坐标关系。图中坐标系 S_1 和 S_2 分别固定在主、被动齿轮体上, 随齿轮转动, Z_1 和 Z_2 取齿轮轴向位置, φ_1 和 φ_2 是主、被动齿轮的瞬时转角; 坐标系 S_{h1} 和 S_{h2} 是辅助坐标系, 不随齿轮转动, 且互相平行, 相距安

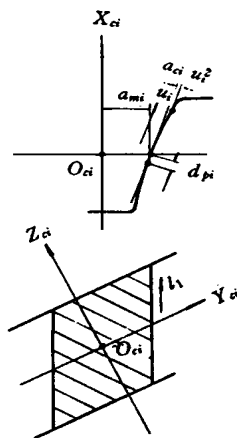


图 1 齿条形刀具的齿廓

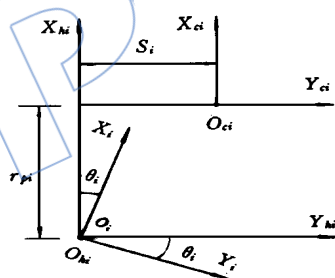


图 2 斜齿轮加工坐标关系

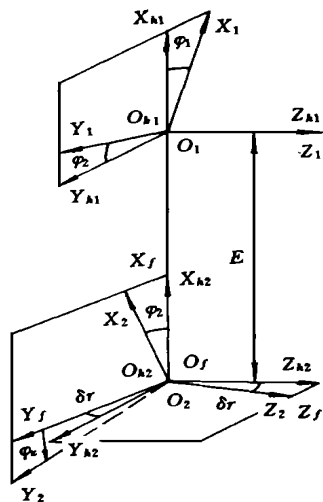


图 3 一对斜齿轮啮合的坐标关系

装中心距 E , 分别表示主、被动齿轮理论安装与初始位置; S_f 是固定在箱体上的坐标系, 与被动齿轮的实际初始位置重合; δ_r 模拟角度安装误差, 即轴线不平行度, δ_r 可以在任意方向上, 然后分别投影到 Y_h-Z_h 平面和 X_h-Z_h 平面上。

为了进行轮齿接触分析, 主、被动齿轮的齿面必须转换到同一坐标系 S_f 下表示:

$$\vec{r}_{fi}(u_i, \theta, \varphi) = [M(\varphi)]_{f,i} \vec{r}_i(u_i, \theta), \quad \vec{n}_{fi}(u_i, \theta, \varphi) = [L(\varphi)]_{f,i} \vec{n}_i(u_i, \theta) \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

式中 $[M(\varphi)]_{f,i}$ 是从坐标系 S_i 到 S_f 的转换矩阵, $[L(\varphi)]_{f,i}$ 是其中的转动部分。

当一对齿轮在齿面接触时, 在接触点上两齿面必须有公共位置矢量和公共法线矢量:

$$\vec{r}_{f1}(u_1, \theta, \varphi) = \vec{r}_{f2}(u_2, \theta, \varphi), \quad \vec{n}_{f1}(u_1, \theta, \varphi) = \vec{n}_{f2}(u_2, \theta, \varphi) \quad (7)$$

上式是两个矢量方程, 而第二个矢量方程由单位矢量表示, 因此, 可以分解为包括 5 个代数方程的非线性方程组。 φ 可以从确定的初始值出发, 按一定的步长逐步赋值, 然后对每一个 φ , 都可以从 (7) 式中解出相应的 u_1 、 u_2 、 θ 、 θ 和 φ_2 。

3 修形斜齿轮的边缘接触及接触分析结果与比较

对于修形斜齿轮, 上节描述的齿面接触, 即 (7) 式, 还不能完整地表示齿轮的全部啮合过程。通过刀具形状的改变进行齿面修正的斜齿轮, 在进入啮合和退出啮合时, 在齿面的两齿侧还有所谓的边缘接触存在。根据 (1) 式, 主动齿轮齿面两侧可以表示为:

$$Z_{c1} = a_{c1}u_1^2 \cos \alpha \sin \beta + l_1 \cos \beta + [(u_1 - d_{p1}) \sin \alpha + a_m] \sin \beta = \pm 0.5B \quad (8)$$

式中 B 是主动齿轮齿宽。由 (8) 式解出 $u_1 = u_1(l_1)$, 再代入由方程 (4) 解出的 $l_1 = l_1(u_1, \theta)$, 得到主动齿轮齿面两侧 u_1 和 θ 的函数关系 $u_1 = u_1(\theta)$ 。所谓边缘接触, 是一个齿轮的齿侧边缘与另一齿轮的齿面相接触, 本文描述了主动齿轮的齿侧边缘与被动齿轮的齿面接触。显然, 沿主动齿轮齿侧边缘的接触点上的切线必须与被动齿轮齿面接触点上的法线相垂直, 即:

$$\vec{r}_{f1}[u_1(\theta), \theta, \varphi] = \vec{r}_{f2}(u_2, \theta, \varphi), \quad (\vec{\sigma}_{f1}/\partial \theta) \cdot \vec{n}_{f2}(u_2, \theta, \varphi) = 0 \quad (9)$$

式中 $\vec{r}_{f1}[u_1(\theta), \theta, \varphi]$ 表示主动齿轮齿侧边缘接触点的位置矢量, $(\vec{\sigma}_{f1}/\partial \theta)$ 表示沿主动齿轮齿侧边缘的切线方向, (9) 式是包括 4 个独立代数方程的一个非线性方程组。同样, 分别给定 φ , 可以解出相应的 θ 、 u_2 、 φ_2 和 θ 。上述通过 (7) 式和 (9) 式解出的接触点位置矢量, 在坐标系 S_1 和 S_2 中, 分别给出了主、被动齿轮齿面的啮合路径。对于每个瞬时接触点, 可以分别确定相应的主曲率与主方向^[3], 即为齿面的啮合印痕。齿轮副的传动误差定义为被动轮实际转角偏离理论转角之值随主动轮转角的变化, 即:

$$\delta \varphi = (\varphi - \varphi^0) - (\varphi - \varphi^0)(N_1/N_2) \quad (10)$$

式中 N_1 和 N_2 分别为主、被动齿轮齿数, φ^0 和 φ^0 分别为两个齿轮的初始转角。

作者将上述修形斜齿轮的齿面展成和啮合过程编制成微机数值仿真软件, 并以一对斜齿轮为例, 计算了不同修形和误差条件下的轮齿接触过程。这对斜齿轮的几何参数为: 主动、被动齿轮齿数分别为 20 和 41; 模数均为 2.5 mm; 压力角和螺旋角均为 20°; 齿宽均为 30 mm。表 1 是这对齿轮的两种不同修形, A 类同时包括刀具修形和 CNC 机床修形, B 类只有刀具修形。

表 1 斜齿轮修形参数

修形参数	A	B
主动轮刀具	$a_{c1} = 0.003$	$a_{c1} = 0.002$
被动轮刀具	$a_{c2} = -0.002$	$a_{c2} = 0$
CNC 机床	$a = 0.0012$	$a = 0$

图 4 所示是两种修形的齿轮在无安装误差及有轴线角误差 $\delta r = 2'$ (在 $Y_h - Z_h$ 单面内) 时

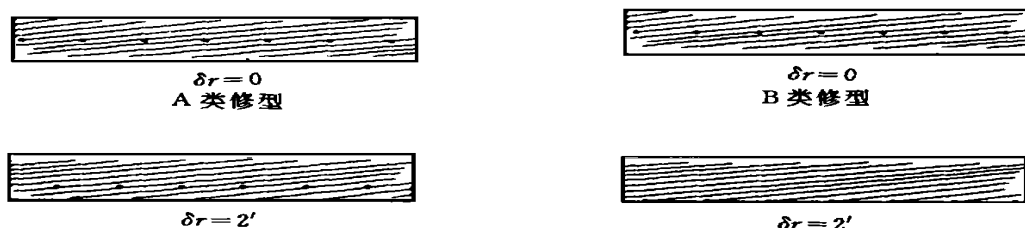


图 4 斜齿轮在不同误差下的啮合印痕

的啮合路径与印痕。图 5 是相应的传动误差过程。由图可见, 当存在轴线不平行度时, 啮合路径有偏移, 并使传动误差增大。CNC 机床的修形改善了传动误差对安装错位的敏感性, 使齿轮副的动态特性得到明显的改善。应用作者编制的软件, 还可以方便地获得最佳的修形参数。

4 结 论

(1) 应用 Litvin 教授的轮齿接触分析理论, 对斜齿轮在修形和误差条件下的啮合过程作了全面推导, 并编制了相应的计算机数值仿真软件, 为高可靠性要求的齿轮设计提供了途径。(2) 在 CNC 机床上进行的斜齿轮修形, 能够改善传动误差对齿轮错位的敏感性, 提高动态性能。

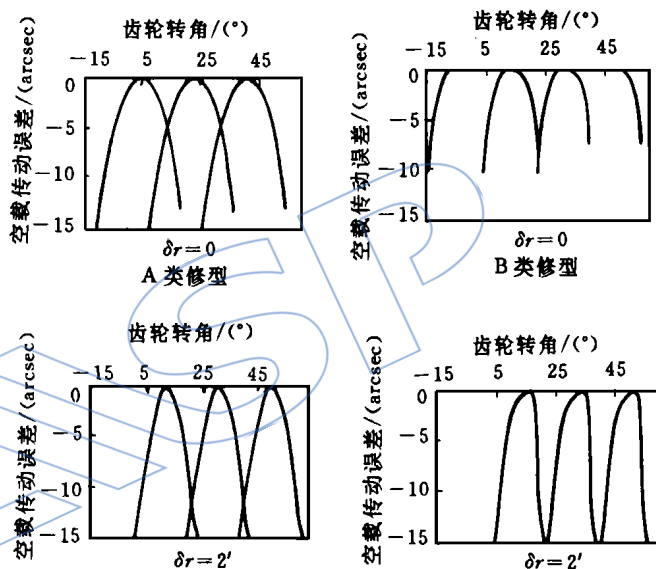


图 5 斜齿轮在不同误差下的传动误差

参 考 文 献

- 1 Gleason Works Understanding Tooth Contact Analysis Rochester, NY 14692, Publication 1981, No. SD 3139
- 2 吴序堂 曲线齿锥齿轮三阶接触分析法的原理及传动质量评价 机械工程学报, 1994, 30(3): 47- 54
- 3 Litvin F L. Gear Geometry and Applied Theory. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1994, NJ 07632: 258- 281
- 4 Litvin F L. Computerized Design and Generation of Low - Noise Helical Gears with Modified Surface Topology. ASME Trans., J. of Mechanical Design, 1995, 117(2)

(责任编辑 王震华)

is employed to calculate thermal bending vibration response. These methods are verified by thermal bending tests. In general, this numerical method is simple and applicable to the thermal bending analyses and investigation of its influence on aircraft engine.

Key Words Temperature field Deformation Finite element methods

TOOTH CONTACT ANALYSIS OF MODIFIED HELICAL GEARS

Fang Zongde

(10th Dept. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT An approach for calculating tooth working-surface contact and tooth edge contact of modified helical gears is proposed. The generation of tooth surface and Tooth Contact Analysis (TCA) of the modified helical gears under various errors can be simulated on computer by the aid of this approach. Then, the tooth modification by changing tooth profile of rack-cutter and by CNC machine is considered. As an example, TCA on pair of modified helical gears is completed by using above mentioned approach, and the improvement for contact under errors is shown. This method can be used for modification of helical gears.

Key Words Helical gears Contact problems Simulation

LOADED TOOTH CONTACT ANALYSIS OF MODIFIED HELICAL GEARS

Fang Zongde

(10th Dept. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT A simulation approach for loaded tooth contact analysis is presented. Deformation of the tooth, deflection of the supporting system, backlash between the teeth, gaps on points except temporary contact point, manufacturing and assembling errors are considered. In this procedure, the accurate geometry resulted from TCA is foundation of whole calculation, and the flexibility factor matrix by using finite element method is adopted. Besides, the non-linear contact analysis between multi-pairs of teeth can be done only through the mechanical and geometrical analyses of single-pair of teeth.

Key Words Helical gears Bearing capacity Contact problems

RESONANCE INTERFERENCE ANALYSIS AND RELIABILITY ASSESSMENT FOR A FAILED TURBINE BLADE

Ou Yangde, Fu Xiaoping, Song Zhaohong

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT A series of analyses for blades of second turbine in a given aero-engine have been accomplished such as vibration analysis, resonance analysis, modal stress analysis, and statistical analysis for the blade nature frequencies obtained in field and mass-production. The failures of the blades have been investigated by the synthesis of the obtained results and a resonance interference analysis. In result, the failure sources have been found